

令和 8 年度(2026 年度)実施 秋季募集
東北大学大学院機械系 4 専攻入学試験

試験問題冊子

数学 A MATHEMATICS A

2026 年 8 月 25 日(火) 9:30 – 10:30

注 意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 解答用紙および草案用紙に受験番号を記入すること。
3. 全ての問題に解答すること。問題ごとに 2 枚の解答用紙を用いること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験番号の記入を再確認すること。解答用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数学 A MATHEMATICS A

1. a および b を正の定数とすると、以下の問いに答えよ.

(1) 次の関数 $f(x)$ の $x=0$ の近傍における 2 次までのテイラー展開を求めよ.

$$f(x) = a^x$$

(2) 次の積分を求めよ.

$$\iint_D \log_e(e^{x^2} a^{y^2}) \, dx dy$$

ただし、領域 D は

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

により与えられる.

(3) 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

数学 A MATHEMATICS A

2. 2つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ が, 次の漸化式を満たす.

$$\begin{cases} x_n = 4x_{n-1} + y_{n-1} \\ y_n = -x_{n-1} + 2y_{n-1} \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

この式はベクトル $v_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ を用いて

$$v_n = Av_{n-1}$$

のように書くことができる. ここで A は 2×2 行列である. 以下の問いに答えよ.

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A のジョルダン標準形が $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ となることを示せ.

(3) $x_0 = 2$, $y_0 = 1$ とするとき, x_n および y_n を求めよ.

数学 A MATHEMATICS A

3. デカルト座標系 (x, y, z) において, ベクトル場 A が

$$A = (x^2 - y^2) \mathbf{i} + z \mathbf{j} + (x^2 + y^2) \mathbf{k}$$

により与えられる. ただし, x, y, z 方向の基本ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする. また曲面 S が

$$S: z = x^3 - 3xy^2, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

により与えられる.

以下の問いに答えよ.

(1) $\nabla \cdot A$ および $\nabla \times A$ を求めよ.

(2) $y = 0$ の面における S の境界を C とし, 次の線積分

$$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$$

を求めよ. ただし, $\mathbf{r}$ は C の位置ベクトルであり, C の向きは x が増加する向きとする.

(3) 次の面積分

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} dS$$

を求めよ. ただし, $\mathbf{n}$ は S の単位法線ベクトルであり, $\mathbf{n}$ の z 成分は正とする.

令和 8 年度(2026 年度)実施 秋季募集
東北大学大学院機械系 4 専攻入学試験

試験問題冊子

数学B MATHEMATICS B

2026 年 8 月 25 日(火) 13:00 – 14:00

注意

1. 本試験問題冊子は，試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 解答用紙および草案用紙に受験番号を記入すること。
3. 全ての問題に解答すること。問題ごとに 2 枚の解答用紙を用いること。
4. 試験終了後，提出にあたっては受験番号の記入を再確認すること。解答用紙を番号順に他の用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き，試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数 学 B MATHEMATICS B

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 3x^2 \frac{dy}{dx} + (\cos x) \frac{dy}{dx} = 3x^2 \cos x$$

$$(2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$$

2. 関数 $u(x, t)$ は偏微分方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (at < x < 1 + at, \quad 0 < t)$$

を満足する. ただし, a は正の定数である. $\xi = x - at$, $\eta = t$ となる座標変換を考えると, 以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $u(\xi, \eta)$ が満足する偏微分方程式が以下の式で表されることを示せ.

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}$$

(2) $u(\xi, \eta) = X(\xi)T(\eta)$ とするとき, $X(\xi)$ と $T(\eta)$ が満たす常微分方程式をそれぞれ求めよ.

(3) 問(2)の結果を用いて, 関数 $u(\xi, \eta)$ の一般解を求めよ.

(4) 関数 $u(x, t)$ が境界条件

$$u(at, t) = u(1 + at, t) = 0$$

および初期条件

$$u(x, 0) = \sin(\pi x)$$

を満足するとき, $u(x, t)$ を求めよ.

3. 関数 $f(t)$ のラプラス変換を次のように定義する.

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

また, ヘビサイド関数 $u(t)$ が次式で与えられる.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases}$$

以下の問いに答えよ.

(1) 次の関係式を導け.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

ただし, 以下の等式が成り立つとしてよい.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{df(t)}{dt} e^{-st} \right) dt$$

(2) 関数 $x(t)$ が常微分方程式

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 4 \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = u(t)$$

および初期条件

$$x(0) = 1, \quad \left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0$$

を満足するとき, $x(t)$ のラプラス変換 $X(s)$ を求めよ. ただし, k は実数とする.

(3) 問(2)において $k=3$ のとき, $x(t)$ を求めよ.

(4) 問(2)において $k=2$ のとき, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ を求めよ.